

文章编号 1004-924X(2007)06-0858-08

# 高速大惯量磁悬浮转子系统 章动交叉控制的保相角裕度设计

魏 彤, 房建成

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

**摘要:**研究了章动交叉反馈校正的参数设计方法。针对大惯量高速磁悬浮转子支承系统,采用双频 Bode 图进行章动稳定性分析。在此基础上,提出一种基于双频 Nyquist 曲线的交叉参数保相角裕度设计方法。在给定相位超前角的情况下,通过矢量合成确定章动交叉的比例系数和高通滤波器截止频率,实现了章动交叉反馈的鲁棒稳定设计。设计的交叉控制器使研制的磁悬浮控制力矩陀螺转子临界稳定转速由 10 500 r/min 提高到 20 400 r/min。试验结果表明,保相角裕度方法为交叉反馈校正提供了有效的参数设计手段。

**关键词:**磁轴承;陀螺效应;章动;稳定性;交叉控制;双频 Nyquist 曲线

**中图分类号:**TM303.3;V448.22 **文献标识码:**A

## Proof-phase-margin design of nutation cross-feedback control in magnetically suspended high-speed rotor system with large rotary inertia

WEI Tong, FANG Jian-cheng

(School of Instrumentation Science & Opto-electronics Engineering,  
Beihang University, Beijing 100083, China)

**Abstract:** A parameter design method of nutation cross-feedback control is investigated. Based on nutation stability analysis of a large-inertia and high-speed rotor using two-frequency Bode diagram, a new proof-phase-margin method of cross-feedback parameter design based on two-frequency Nyquist contour is proposed. The proportional coefficient and High-pass Filter (HPF) cutoff frequency of cross-feedback are determined by vectors combination to accomplish the robust design of nutation stability. Utilizing designed cross-feedback controller, nutation stability of rotor in the magnetically suspended control moment gyroscope is significantly improved and the critical speed of rotor increases from 10 500 r/min to 20 040 r/min. It can be concluded that the proposed method is effective for cross-feedback parameter design, which provides important foundation for rotor suspension stability of control moment gyroscope and momentum flywheel.

**Key words:** magnetic bearing; gyroscopic effect; nutation; stability; cross-feedback control; two-frequency Nyquist contour

# 1 引 言

控制力矩陀螺和动量轮是空间站和卫星等长期运行航天器姿态控制系统的关键执行机构,而提供角动量的高速大惯量转子是二者共同的核心组成部分<sup>[1-2]</sup>。控制力矩陀螺和动量轮分别通过改变转子角动量的方向和大小输出力矩,调节航天器姿态。由于磁轴承具有无接触、刚度大、可控等优点<sup>[3-4]</sup>,有利于提高控制力矩陀螺和动量轮的精度和寿命,基于磁悬浮支承的大惯量高速转子系统在控制力矩陀螺和动量轮中得到日益广泛的应用<sup>[5]</sup>。

磁悬浮转子支承系统的稳定性是实现转子高速自转并达到一定角动量的首要前提。由于大惯量高速转子的强陀螺效应<sup>[6]</sup>,使磁悬浮转子径向两自由度转动发生强烈耦合而分化为进动和章动,且稳定性随转速升高而降低。对于基于 PID 控制的磁悬浮转子系统,只要优化比例和积分系数<sup>[7]</sup>或采用模态控制<sup>[8]</sup>方法就可以确保进动稳定,而由于磁轴承控制器和功放中不可避免的高频滞后性,章动稳定性随转速的升高而降低直至失稳,限制了转子的最高稳定转速和角动量,必须加以校正。

磁悬浮高速转子章动稳定性的校正方法主要有交叉反馈<sup>[9]</sup>、LQR 控制<sup>[10]</sup>、Gain-Scheduled H $\infty$ 控制<sup>[11]</sup>、 $\mu$  综合<sup>[12]</sup>、Cholesky 分解降阶<sup>[13]</sup>和解耦控制<sup>[14]</sup>等,其中交叉反馈又有比例交叉<sup>[15]</sup>、微分交叉<sup>[16]</sup>、比例微分交叉<sup>[17]</sup>和任意超前角构造交叉<sup>[18]</sup>等几种形式。相对而言,交叉反馈尤其是比例交叉反馈方法不仅结构简单,而且在抑制陀螺效应和提高章动稳定性方面具有更为显著的效果,但由于径向两通道转动不能解耦,目前仍然缺乏有效的交叉参数设计方法,只能采用根轨迹仿真<sup>[15]</sup>试凑,因而不便于实际应用。

为了对大惯量高速磁悬浮转子系统实现直观和鲁棒的稳定性校正设计,文献[1]将对称型两变量闭环磁悬浮转子动力学模型等效为复系数单变量系统,采用双频 Bode 图分析进动和章动稳定性,并定义了章动的相角裕度。本文在文献[1]的基础上,进一步提出一种基于双频 Nyquist 曲线的交叉参数保相角裕度设计方法,并进行了相关实验。限于篇幅,本文假设进动稳定,从而不涉及

有关进动问题。

# 2 磁悬浮转子径向转动动力学模型<sup>[6]</sup>

闭环磁悬浮转子系统由位移传感器、控制器、功放、电磁铁和均质转子构成,如图 1 所示。图中只画出  $y$  方向的磁轴承, $x$  方向与之类似, $u_0$  表示对应电磁轴承偏置电流  $I_0$  的功放偏置电压。定义转子坐标系  $O-xyz$ , $O$  点位于转子质心, $x$  和  $y$  轴沿转子径向且只跟随转子的径向转动而不跟随自转, $z$  轴沿转子轴向。转子 A、B 端对称且关于自转轴  $z$  旋转对称。

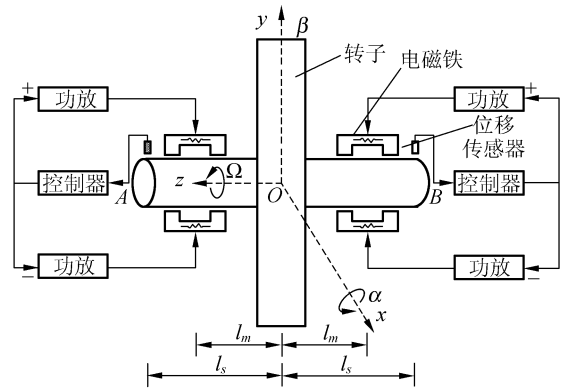


图 1 磁悬浮闭环转子系统及坐标系定义

Fig. 1 Close-loop system of magnetically suspended rotor and relevant coordinate definition

根据陀螺技术方程,闭环磁悬浮转子径向转动运动的动力学模型为:

$$\begin{cases} J_y \ddot{\beta} - H \dot{\alpha} - 2k_h l_m^2 \beta = -2l_m l_s k_i k_s g_w g_c \beta + p_{dy} \\ J_x \ddot{\alpha} + H \dot{\beta} - 2k_h l_m^2 \alpha = -2l_m l_s k_i k_s g_w g_c \alpha + p_{dx} \end{cases}, (1)$$

其中卡尔丹角  $\alpha, \beta$  表示转子径向相对定子的两自由度转动的角位移, $J_x = J_y$  和  $J_z$  分别为转子径向和轴向的转动惯量, $H = J_z \Omega = 2\pi J_z F_r$  为转子角动量, $\Omega$ (单位 rad/s)和  $F_r$ (单位 Hz)为转子转速, $p_{dx}$  和  $p_{dy}$  为转子径向的扰动力矩, $k_i$  和  $k_h$  为磁轴承的电流刚度和位移刚度, $k_s$  为磁轴承位移传感器灵敏度, $l_m$  和  $l_s$  分别为磁轴承和位移传感器到转子中心的距离, $g_c$  和  $g_w$  为控制器和功放的输入-输出变换算子,即有  $L[g_c(\frac{d}{dt})] = g_c(s)$ ,  $L[g_w(\frac{d}{dt})] = g_w(s)$ 。这里  $L$  表示拉氏变换, $s$  为算子, $g_c(s)$  和  $g_w(s)$  为控制器和功放的传递函数。

### 3 章动的双频 Bode 图稳定性分析<sup>[1]</sup>

用  $J_r$  统一表示  $J_x = J_y$ , 且令  $\varphi = \alpha + j\beta$ ,  $p_d = p_{dx} + jp_{dy}$ , 其中  $j$  为虚数单位, 将式(1)的第一式乘以  $j$  再加入到第二式, 再做拉氏变换得到<sup>[15]</sup>:

$$J_r s^2 \varphi(s) - j H s \varphi(s) - 2k_h l_m^2 \varphi(s) = -2l_m l_s k_t k_s g_w(s) g_c(s) \varphi(s) + p_d(s), \quad (2)$$

上式表明原系统可以等效为一个如图 2 所示

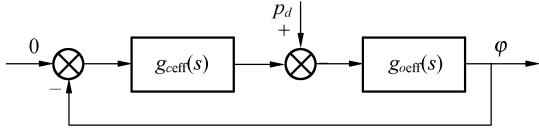


图 2 等效反馈控制系统框图

Fig. 2 Diagram of equivalent feedback control system

的复系数单变量控制系统, 等效被控对象和等效控制器分别为:

$$g_{oeff}(s) = \frac{1}{J_r s^2 - j H s - 2k_h l_m^2}, \quad (3)$$

$$g_{eff}(s) = 2l_m l_s k_t k_s g_w(s) g_c(s). \quad (4)$$

模型等效的复系数开环传递函数为:

$$g_{OL}(s) = g_{oeff}(s) g_{eff}(s), \quad (5)$$

采用上述复系数单变量等效模型, 以作者研制的磁悬浮控制力矩陀螺 (Magnetically Suspended Control Moment Gyroscope, MSCMG) 中的高速磁轴承-转子系统为例, 进行任意转速下的章动稳定性分析。磁悬浮转子系统设计要求的最高稳定转速为  $F_{\max} = 400$  Hz。首先考查该转速下的章动稳定性。采用表 1 所示的系统参数, 选择  $F_r = 400$  Hz, 在  $\omega > 0$  区域绘制  $g_{OL}(-j\omega)$  和  $g_{OL}(j\omega)$  的 Bode 图, 即得到磁悬浮转子系统的双频

表 1 磁悬浮控制力矩陀螺高速转子系统参数

Tab. 1 Parameters of magnetically suspended high-speed rotor system of MSCMG

转子质量 $m/\text{kg}$	13.3
径向转动惯量 $J_r/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.062
赤道转动惯量 $J_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.096
磁轴承半间距 $l_m/\text{m}$	0.068 25
位移传感器半间距 $l_s/\text{m}$	0.102 75
电流刚度 $k_t/(\text{N}/\text{A})$	404
位移刚度 $k_h/(\text{N}/\text{m})$	2 084 600
位移传感器灵敏度 $k_s/(\text{V}/\mu\text{m})$	0.073

Bode 图 (图 3), 其中相频特性上斜向箭头均表示半次穿越, 斜向上为正穿越, 斜向下为负穿越。虚线为相频特性跳变处由起始角向终止角沿向下方向补做的  $180^\circ$  虚直线。  $f_{n1} = 669$  Hz 表示章动谐振峰右侧的截止频率。

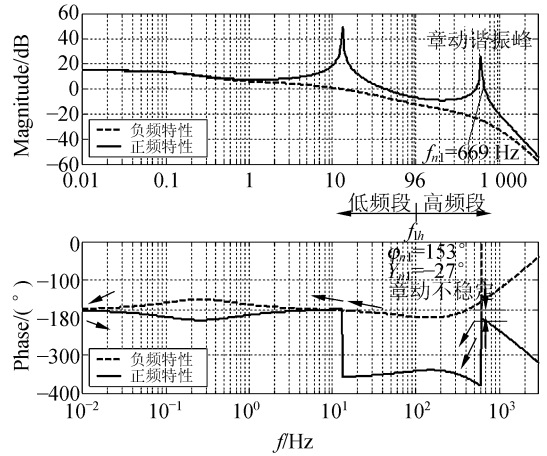


图 3 磁悬浮转子系统转动模式对应的双频 Bode 图

Fig. 3 Two-frequency Bode diagram of whirling mode of magnetically suspended rotor system

根据计算,  $F_r = 400$  Hz 时  $g_{OL}(s)$  的正实部极点数  $Q = 0$ 。对于图 3, 根据双频 Bode 图稳定性判据<sup>[1]</sup>, 相频穿越次数为  $N = 1 + 0 - 0.5 - 1.5 = -1$ , 因而正实部极点数  $Z = Q - N = 0 - (-1) = 1$ , 系统不稳定。进一步考查低频段和高频段特性, 二者的分界为  $f_{lh} = 96$  Hz, 低频段穿越情况为  $N_l = 1 + 0 - 0.5 - 0.5 = 0$ ,  $Z_l = 0$ , 而高频段为  $N_h = 0 + 0 - 0 - 1 = -1$ ,  $Z_h = 1$ , 这里下标  $l$  和  $h$  分别表示低频段和高频段。可见章动不稳定, 而且  $f_{n1}$  频率处的相位为  $\varphi_{n1} = -207^\circ$ , 相角裕度为  $\gamma_n = -27^\circ$  (负值表示不稳定)。

在其他转速下进行类似的章动稳定性分析, 结果表明转子系统的章动临界稳定转速为  $F_m = 218$  Hz, 即  $F_r > 218$  Hz 后章动不稳定。这显然不满足  $F_{\max} = 400$  Hz 的要求, 因此必须对章动稳定性加以校正。

### 4 章动交叉校正

比例交叉反馈是提高章动稳定性的有效方法, 其原理框图如图 4<sup>[9]</sup>, 其中  $k_{h1}$  为章动交叉系数, HPF 为高通滤波器, 截止频率为  $\omega_{h1}$ 。根据图

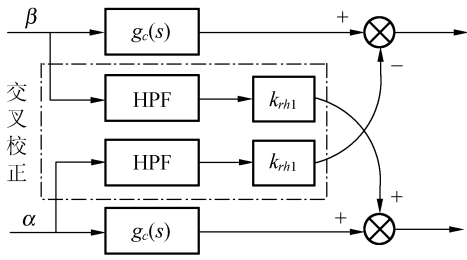


图 4 交叉反馈校正原理框图

Fig. 4 Diagram of cross-feedback correction

4, 加入章动交叉后的闭环模型变为:

$$\begin{cases} J_y \ddot{\beta} - H \dot{\alpha} - 2k_h l_m^2 \beta = -2l_m l_s k_i k_s g_w (g_c \beta - k_{rh1} g_{crHPF} \alpha) \\ J_x \ddot{\alpha} + H \dot{\beta} - 2k_h l_m^2 \alpha = -2l_m l_s k_i k_s g_w (g_c \alpha + k_{rh1} g_{crHPF} \beta) \end{cases}, (6)$$

其中  $g_{crHPF}$  为高通滤波器的输入-输出变换算子。加入交叉后等效被控对象不变, 但等效控制器和等效复系数开环传递函数变为:

$$g_{ceff1}(s) = 2l_m l_s k_i k_s g_w(s) [g_c(s) + g_{cr}(s)], (7)$$

$$g_{OL1}(s) = g_{ceff1}(s) g_{ceff1}(s), (8)$$

其中  $g_{cr}(s) = -j g_{crHPF}(s)$ 。

为了保证章动鲁棒稳定, 可以引入交叉反馈将  $g_{OL}(s)$  改变为  $g_{OL1}(s)$ , 且  $g_{OL1}(s)$  在  $0 < F_r < F_{rmax}$  的整个转速范围内保证一定的正相角裕度。

### 5 基于双频 Nyquist 曲线的章动交叉参数保相角裕度设计

首先考虑  $F_{rmax}$  下保证相角裕度的设计问题: 对于静态 ( $F_r = 0$  Hz) 悬浮稳定的磁悬浮转子系统 (参数见表 1), 给定交叉校正算法 (图 4) 和 HPF, 设计交叉系数  $k_{rh1d}$  和 HPF 截止频率  $\omega_{rhd}$ , 使系统在  $F_r = F_{rmax}$  时章动相角裕度不低于  $\gamma_n$ 。章动交叉实质上是相位超前校正<sup>[9]</sup>。根据稳定性判据, 如果校正后  $g_{OL1}(s)$  的正频特性在  $f_{n1}$  处增益保持 0 dB, 而相位由  $\varphi_{n1} < 180^\circ$  超前成为  $\varphi_{n2} = \gamma_n + 180^\circ > 180^\circ$ ,  $f_{n1}$  附近特性相应连续变化, 就可以实现章动稳定且满足预定的相角裕度要求。

实系数单变量线性系统通常采用串联校正, 因而常用 Bode 图进行校正设计。但交叉校正却属于并联校正 (加性校正), 因而更适合采用 Nyquist 曲线确定校正量。对于复系数开环传递函数  $g_{OL}(s)$ , 同样可以绘制双频 Nyquist 曲线, 且

和双频 Bode 图具有对应关系。由于章动校正实际上只需要调整正频特性的高频段, 因而可以只画出  $g_{OL}(s)$  的正频 Nyquist 曲线。

$F_r = 400$  Hz 时  $g_{OL}(s)$  的正频 Nyquist 曲线如图 5 所示, 其中右侧为低频段, 左侧为高频段,

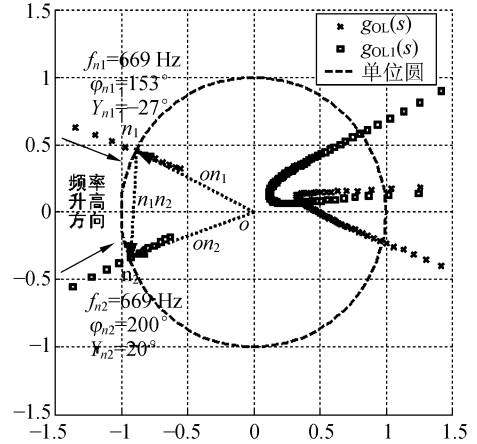


图 5 校正前后的开环传递函数正频 Nyquist 曲线

Fig. 5 Positive Nyquist contour of open-loop transfer function with and without cross-feedback correction

$o$  点为原点,  $n_1$  对应  $g_{OL}(+j\omega)$  在  $\omega_{n1} = 2\pi f_{n1}$  的复数值, 即  $\overline{on_1} = e^{j\varphi_{n1}}$ ,  $n_2$  为  $n_1$  期望的校正目标, 即有  $\varphi_{n2} = 180^\circ + \gamma_n$ ,  $\overline{on_2} = e^{j\varphi_{n2}}$ , 因而期望的加性校正量为:

$$\overline{n_1 n_2} = \overline{on_2} - \overline{on_1} = c_{nc} e^{j\varphi_{nc}}, (9)$$

其中  $c_{nc}$  和  $\varphi_{nc}$  分别为校正量  $n_1 n_2$  的幅值和相角。另一方面, 交叉反馈校正引起的加性校正量为:

$$g_{nc}(j\omega_{n1}) = j2k_{rh1d} l_m l_s k_i k_s g_w(j\omega_{n1}) g_{crHPF}(j\omega_{n1}) g_{ceff1}(j\omega_{n1}), (10)$$

显然要满足设计要求, 必须有:

$$g_{nc}(j\omega_{n1}) = \overline{n_1 n_2}, (11)$$

根据相角条件和幅值条件得到:

$$\begin{cases} \angle g_{crHPF}(j\omega_{n1}) = \varphi_{nc} - \angle [g_w(j\omega_{n1}) g_{ceff1}(j\omega_{n1})] - 90^\circ \\ |k_{rh1d} = c_{nc} / [2l_m l_s k_i k_s |g_w(j\omega_{n1}) g_{crHPF}(j\omega_{n1}) g_{ceff1}(j\omega_{n1})|], \end{cases} (12)$$

选择  $g_{crHPF} = \frac{s}{s + \omega_{rhd}} \frac{s}{s + \omega_{rhd}}$ , 取  $\gamma_n = 20^\circ$  时根据式 (12) 的第一式可以确定 HPF 截止频率  $\omega_{rhd} = 2\pi \times 385$  rad/s, 进而由第二式确定交叉系数  $k_{rh1d} = 1.8841$ 。校正后的  $g_{OL1}(s)$  的正频 Nyquist 曲线如图 5 所示, 可见交叉校正实际上使 Nyquist 曲

线的高频段逆时针旋转了 $(\varphi_{n2} - \varphi_{n1})$ 角,从而避免了穿越。 $g_{OL}(s)$ 和 $g_{OL1}(s)$ 的双频 Bode 图如图 6 所示。可以看出由于存在 HPF,章动交叉校正主要影响高频特性。从负频特性高频段看,校正后特性上移,但高频段增益小于零,因而负频特性的穿越次数不变。从正频特性高频段看,截止频率 $f_{n2} = f_{n1} = 669$  Hz 没有变化,但高频段相频特性被超前而上移,穿越频率超出 $f_{n2}$ 而成为无效穿越,总穿越次数减少一次即 $Z=0$ ,从而使章动恢复稳定,同时 $f_{n2}$ 处 $\varphi_{n2} = 200^\circ$ ,保证相角裕度达到 $20^\circ$ ,满足了设计要求。

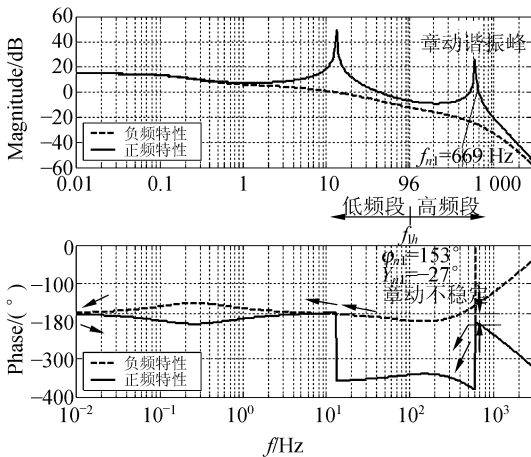


图 6  $F_r = 400$  Hz 时交叉校正前后的开环双频 Bode 图  
Fig. 6 Open-loop two-frequency Bode diagram with and without cross-feedback correction at  $F_r = 400$  Hz

在 $0 < F_r < F_{rmax}$ 的任意转速下可以做类似的设计,再拟合出整个转速范围内的交叉参数曲线,即可保证整个转速范围内的章动相角裕度要求。校正后的闭环转速根轨迹如图 7 所示,可以看出整个转速范围内章动阻尼随转速升高而下降,但章动始终是稳定的。因此,前面基于最高转速下的保相角裕度设计及相关简化设计可以保证整个转速范围内的稳定裕度不低于最高转速时的裕度。

从设计过程和结果还可以看出:(1)章动交叉校正环节自身虽然是滞后环节(这里 $\varphi_{nc} = -94^\circ$ ),但与原控制器 $g_c$ 并联后却实现了超前校正;(2)交叉参数设计虽然只在一个频率点进行,但附近的频率特性存在相应连续的变化,因而对整个频率特性都有校正效果;(3)保相角裕度设计选择 $f_{n1}$ 作为设计频率,可以尽可能小地改变幅频特性从

而尽可能少地改变章动频率。

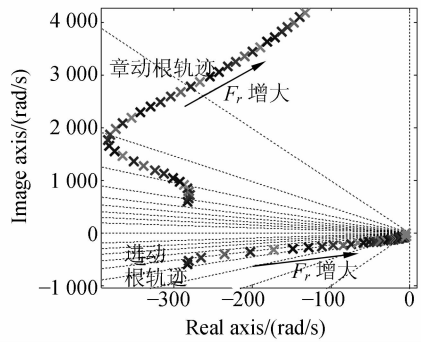


图 7 校正后闭环系统的转速根轨迹

Fig. 7 Root locus of close-loop system with cross-feedback correction

## 6 章动交叉校正实验

利用磁悬浮控制力矩陀螺(图 8)的大惯量高速磁悬浮转子系统进行了考查章动交叉校正效果的实验。该系统的转子保护轴承间隙为 $200 \mu\text{m}$ ,转子稳定时其径向运动中只存在与 $F_r$ 同频的不平衡振动分量,位移一般不超过保护间隙的 $10\%$ 即 $20 \mu\text{m}$ 。实验时转子从 $F_r = 0$  Hz 时开始升速,同时用示波器记录径向四通道 $ax$ 、 $ay$ 、 $bx$ 和 $by$ 位移信号。



图 8 磁悬浮控制力矩陀螺样机

Fig. 8 Prototype of MSCMG

系统在低速时稳定, $F_r = 83$  Hz 时位移仅为 $15 \mu\text{m}$ (图 9)。升速到 $F_r = 175$  Hz( $10\ 500$  r/min)时出现频率 $325$  Hz 的发散振荡,且 A、B 端运动反相,说明是章动失稳,振幅达到 $200 \mu\text{m}$ 说明已经碰撞保护轴承(图 10)。该值比仿真的章动失稳转速 $F_r = 218$  Hz 约低 $43$  Hz,原因在于仿真时未考虑实际控制器中陷波器的低通效应。在

控制器中加入章动交叉,其中 HPF 为二阶,截止频率由静态悬浮时的 200 Hz 线性上升到  $F_r =$

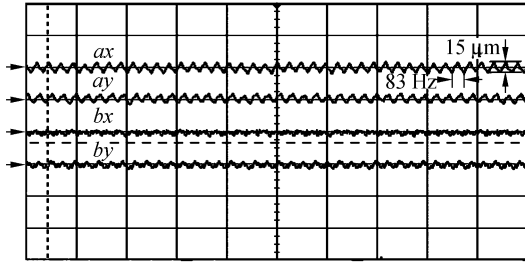


图9  $F_r = 83$  Hz 时稳定的径向位移信号

Fig. 9 Radial displacement signal of stable rotor at  $F_r = 83$  Hz

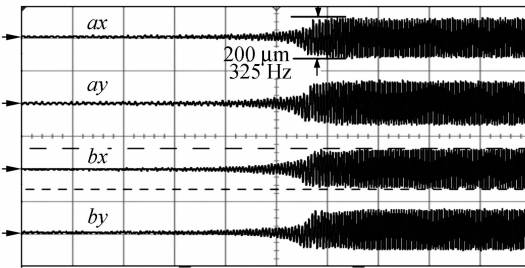


图10  $F_r = 175$  Hz 时章动失稳的径向位移信号

Fig. 10 Radial displacement signal of the rotor with unstable nutation at  $F_r = 175$  Hz

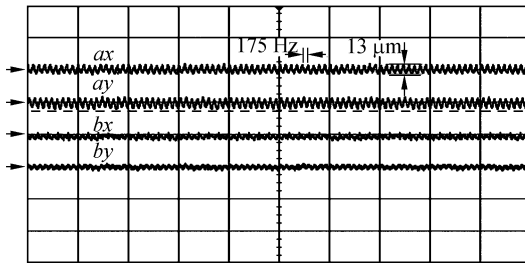


图11  $F_r = 175$  Hz 加入章动交叉后稳定的径向位移信号

Fig. 11 Radial displacement signal of rotor with nutation cross-feedback at  $F_r = 175$  Hz

400 Hz 时的 385 Hz (该转速下为 281 Hz),交叉系数  $k_{thd} = 1.9$  (该转速下为  $k_{th1} = 1.0$ ),之后系统立刻恢复稳定,位移仅为  $13 \mu\text{m}$  (图 11)。此后继续升速直到  $F_r = 334$  Hz (20 400 r/min),系统仍然十分稳定,位移仅为  $18 \mu\text{m}$  (图 12)。试验结果表明了交叉反馈校正及其保相角裕度设计方法是正确有效的。

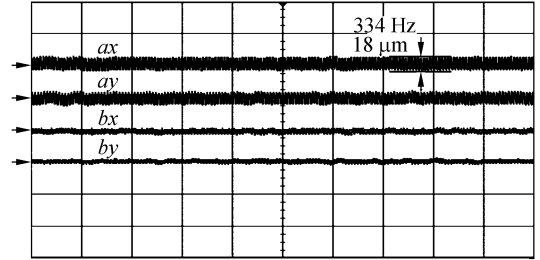


图12  $F_r = 334$  Hz 采用交叉控制时稳定的径向位移信号

Fig. 12 Radial displacement signal of rotor with cross-feedback at  $F_r = 334$  Hz

注:图 9~12 左侧箭头为信号零位,横轴表示时间,每格 50 ms,纵轴为位移,各图每格分别为  $40 \mu\text{m}$ ,  $160 \mu\text{m}$ ,  $40 \mu\text{m}$  和  $40 \mu\text{m}$ 。

## 7 结 论

由于强陀螺效应和控制系统的高频滞后,高速大惯量磁悬浮转子的章动稳定性随转速升高而降低甚至失稳。章动稳定性通常采用交叉反馈进行校正,但是交叉参数的确定缺乏有效的设计方法。本文在双频 Bode 图章动稳定性分析的基础上,提出一种基于双频 Nyquist 曲线的交叉参数保相角裕度设计方法。设计的交叉控制器使研制的磁悬浮控制力矩陀螺转子临界稳定转速由 10 500 r/min 提高到 20 400 r/min,大幅度提高了磁悬浮控制力矩陀螺和动量轮转子的支承稳定性。由于采用经典线性系统理论进行设计,因而该方法具有直观性和鲁棒性,为交叉反馈校正提供了有效实用的参数设计手段。

## 参考文献:

- [1] 魏彤. CMG 磁悬浮转子控制系统稳定性分析与实验研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2006.  
WEI T. *Stability analysis and experimental research of magnetically suspended rotor control system of CMG*[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006. (in Chinese)
- [2] 韩邦成,虎刚,房建成. 磁悬浮控制力矩陀螺高速转子的优化设计[J]. 光学精密工程,2006,14(4): 662-666.

- HAN B CH, HU G, FANG J CH. Optimization design of magnetic suspended gyroscope rotor[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(4): 662-666. (in Chinese)
- [3] 宋文荣, 陈阳, 宋晓东, 等. 磁悬浮进给机构的磁力耦合[J]. *光学 精密工程*, 2004, 12(4): 411-414.  
SONG W R, CHEN Y, SONG X D, *et al.*. Magnetic force coupling in maglev feeding mechanism[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2004, 12(4): 411-414. (in Chinese)
- [4] 宋文荣, 于国飞, 孙宝玉, 等. 微电子制造领域的磁悬浮精密定位平台的结构设计研究[J]. *光学 精密工程*, 2002, 10(3): 271-275.  
SONG W R, YU G F, SUN B Y, *et al.*. Research on the structure design of a precision stage based on magnetic levitation technology and used in micro-electron manufacturing field[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2002, 10(3): 271-275. (in Chinese)
- [5] WEI T, FANG J CH. Notch filter design based on two-frequency bode diagram for elastic vibration depression of magnetically suspended high-speed rotor[C]. *Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Symposium on Magnetic Bearings*. Aug. 21-23, 2006: 59-60.
- [6] 魏彤, 房建成. 磁悬浮控制力矩陀螺的动框架效应及其角速率前馈控制方法研究[J]. *宇航学报*, 2005, 26(1): 19-23.  
WEI T, FANG J CH. Moving-gimbal effects and angular rate feedforward control in magnetically suspended rotor system of CMG[J]. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(1): 19-23. (in Chinese)
- [7] 董淑成, 房建成, 俞文伯. 基于 PID 控制的主动磁轴承-飞轮转子系统运动稳定性研究[J]. *宇航学报*, 2005, 26(3): 296-300.  
DONG SH CH, FANG J CH, YU W B. Study on dynamic stability of flywheel rotor supported by AMB based on PID controller[J]. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(3): 296-300. (in Chinese)
- [8] 俞文伯, 栾胜, 房建成. CMG 磁悬浮转子系统的模型与控制律[J]. *航空学报*, 2006, 24(6): 541-545.  
YU W B, LUAN SH, FANG J CH. Model and control law of CMG active magnetic bearing rotor[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2006, 24(6): 541-545. (in Chinese)
- [9] WEI T, FANG J CH. A phase-leading compensation method used to control nutation of magnetically suspended rotor in control moment gyroscope[C]. *Fifth International Symposium on Instrumentation and Control Technology*. Beijing, China, Oct., 2003: 810-813.
- [10] ZHANG K, ZHAO H B, ZHAO L, *et al.*. Stability analysis and experimental research of a flywheel supported by active magnetic bearings[C]. *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Symposium on Magnetic Bearings*. Lexington, Kentucky, Aug. 3-6, 2004: 1.
- [11] SIVRIOGLU S, NONAMI K. An experimental evaluation of robust gain-scheduled controllers for AMB system with gyroscopic rotor[C]. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Symposium on Magnetic Bearings*. Cambridge, Unite States, Aug. 5-7, 1998: 352-361.
- [12] TORU N, MASAYUKI F. Uncertain model and  $\mu$ -synthesis of a magnetic bearing[C]. *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications*, Hawaii, Unite States, Aug. 22-27, 1999: 558-563.
- [13] ZHANG Y CH, SUN G J, ZHANG Y J. Experimental verification for zero power control of 0.5kWh class flywheel system using magnetic bearing with gyroscopic effect[C]. *Proceedings of the First International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. Beijing, China, Nov. 4-5, 2002: 2059-2062.
- [14] BEAT A, MATTHIAS K, JURJEN Z, *et al.*. Model based decoupling control of a disc rotor active magnetic bearings[C]. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Symposium on Magnetic Bearings*. ETH Zurich, Switzerland, Aug. 23-25, 2000: 245-250.
- [15] FAN Y H, FANG J CH. Experimental research on the nutational stability of magnetically suspended momentum wheel in control moment gyroscope(CMG)[C]. *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Symposium on Magnetic Bearings*. Lexington, Kentucky, Aug. 3-6, 2004: 116.
- [16] MARKUS A, LADISLAV K, RENE L. Performance of a magnetically suspended flywheel energy storage device[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1996, 4(5): 494-502.
- [17] YASUSHI H, MASAO I, NORIO S, *et al.*. Development of magnetic bearing momentum wheel for ultra-precision spacecraft attitude control[C]. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Symposium on Magnetic Bearings*. ETH Zurich, Switzerland, Aug. 23-25, 2000: 525-530.

- [18] 张凯, 赵雷, 赵鸿宾. 电磁力超前控制在磁悬浮飞轮中的应用[J]. 机械工程学报, 2004, 40(7): 175-179.

ZHANG K, ZHAO L, ZHAO H B. Application of magnetic force lead control on a flywheel suspended by AMBs[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2004, 40(7): 175-179. (in Chinese)

**作者简介:**魏 彤(1972—),男,博士,北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院讲师,主要研究方向为磁轴承控制、磁悬浮控制力矩陀螺研制及其动力学与控制等。E-mail: weitong3000@sina.com